Ein integriertes Verkehrsnachfrage- und Bewertungsmodell

Dr.-Ing. Christian Winkler

Institut für Verkehrsforschung am Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Rutherfordstraße 2, 12489 Berlin, Tel. +49-30-670557951, Fax. +49-30-67055283, E-Mail: christian.winkler@dlr.de

Kurzfassung

In dem vorliegenden Beitrag wird ein Modellansatz vorgestellt, der eine integrierte Verkehrsnachfrageberechnung des Personenverkehrs mit der Berechnung des monetären Nutzens – in Form der Änderung der Konsumentenrente – der Verkehrsteilnehmer umfasst. Ausgangspunkt dafür ist ein gekoppeltes Verkehrsnachfragemodell, das in ein Logit-Modell transformiert wird. Somit ist eine mathematische Integration möglich, woraus die gesuchte Änderung der Konsumentenrente resultiert. Das entwickelte Modell liefert im Gegensatz zu bisher angewandten Methoden nicht nur eine Näherung, sondern ein exaktes Ergebnis der Änderung der Konsumentenrente.

1 Einleitung

Investitionsmaßnahmen im Verkehrsbereich mit einem finanziell hohen Aufwand sind i. d. R. auf ihre volkswirtschaftliche Vorteilhaftigkeit zu prüfen. Für solche Untersuchungen können unterschiedliche methodische Bewertungsansätze herangezogen werden, welche den politischen Entscheidungsprozess unterstützen sollen. Die Nutzen-Kosten-Analyse ist dabei das bedeutendste Instrument und wird vorrangig angewendet. Sie bildet beispielsweise den methodischen Kern aller standardisierten Bewertungsverfahren in Deutschland wie den Empfehlungen für Wirtschaftlichkeitsuntersuchungen an Straßen (FGSV 1997, [12]), der Standardisierte Bewertung von Verkehrswegeinvestitionen des öffentlichen Personennahverkehrs (ITP und VWI 2006, [3]) und der Methodik der Bundesverkehrswegeplanung (BMVBW 2003, [11]).

Im Rahmen der Nutzen-Kosten-Analysen für Verkehrsinvestitionen weist in der Regel der Nutzen der Verkehrsteilnehmer den größten Einfluss auf. Dieser Nutzen resultiert zum einen vor allem aus der Änderung der Aufwände wie Reisezeiten und Reisekosten zwischen dem Ohnefall (ohne zu bewertende Maßnahme) und dem Mitfall (mit zu bewertender Maßnahme) und zum anderen aus der projektbedingten Änderung der Verkehrsnachfrage. Sowohl das Mengengerüst für die Bewertung, d.h. die Verkehrsnachfrage für Mit- und Ohnefall, als auch die Änderung der Reisezeiten und -kosten sind direkte Ergebnisse der Verkehrsmodellierung.

Verkehrsmodelle bilden wiederum das Entscheidungsverhalten der Verkehrsteilnehmer ab, wobei auch darin die Reisezeiten und -kosten die zentralen Aufwandsgrößen darstellen, die einer Bewertung durch die Verkehrsteilnehmer unterliegen. Somit kommt der Bewertung dieser Aufwände sowohl in der Nutzen-Kosten-Analyse als auch in der Verkehrsmodellierung eine sehr bedeutende Rolle zu. Der große Nutzenbeitrag in der Nutzen-Kosten-Analyse erfordert ganz besonders eine methodisch korrekte und genaue Berechnung, die durch eine integrierte Verkehrsnachfrage- und Nutzenberechnung ermöglicht wird.

In dem vorliegenden Beitrag wird ein integriertes Verkehrsnachfrage- und Bewertungsmodell vorgestellt, das dieser Anforderung genügt. Den Ausgangspunkt der Entwicklung stellt ein gekoppeltes Verkehrsnachfragemodell dar, welches sich durch die Einhaltung quell- und zielseitiger Randsummenbedingungen auszeichnet und im Besonderen in der Modellierung großräumiger Gebiete Vorteile gegenüber nicht gekoppelten Modellen aufweist. Durch die formale Transformation des Modells in ein gekoppeltes Logit-Modell ist die mathematische Integration möglich.

2 Grundlagen

Das theoretische Fundament der Nutzen-Kosten-Analyse bildet die mikroökonomische Konsumtheorie (Hanusch 1994, [1]). Darin erfolgt die Beschreibung und Analyse des Nachfrageverhaltens von Konsumenten, die ihre Entscheidungen so treffen, dass ihr Nutzen maximal wird. Haben alle Konsumenten ihren Nutzen (und Produzenten ihren Gewinn) maximiert, herrscht ein Marktgleichgewicht. Zentrale Größen stellen dabei die Nachfragemenge und die Preise aller Güter dar. Zur Messung des monetären Nutzens der Konsumenten im Gleichgewicht dient die Konsumentenrente. Sie entspricht der Summe der Differenzen zwischen den Beträgen den die einzelnen Konsumenten maximal zu zahlen bereit sind (maximale Zahlungsbereitschaften) und dem Betrag, den sie tatsächlich zahlen müssen (Marktpreis).

Führt nun ein Eingriff in das Marktgleichgewicht, z.B. durch eine politische Maßnahme, zu einer Änderung der Preis- und Nachfragemengen, so resultiert daraus in der Regel auch eine Änderung der Konsumentenrente. In Abbildung 1 ist das Prinzip schematisch dargestellt. Die maximalen Zahlungsbereitschaften der Konsumenten sind darin mittels der (inversen) Nachfragekurve beschrieben. Die blau schraffierte Fläche entspricht der Konsumentenrente im Ohnefall (Punkt O: Marktgleichgewicht im Ohnefall) und die Summe der blau und rot schraffierten Flächen repräsentiert die Konsumentenrente im Mitfall (Punkt M: Marktgleichgewicht im Mitfall). Die Änderung der Konsumentenrente ist dann die Differenz beider Flächen (nur rot schraffierte Fläche) und resultiert aus der Änderung der Preise und der nachgefragten Gütermengen. Sie ist im Beispiel positiv, da die Konsumentenrente im Mitfall größer ist als im Ohnefall, da der Preis von p^O auf p^M sinkt. Es wird zudem deutlich, dass sich die Konsumentenrente aus dem Integral der Nachfragefunktion ergibt.

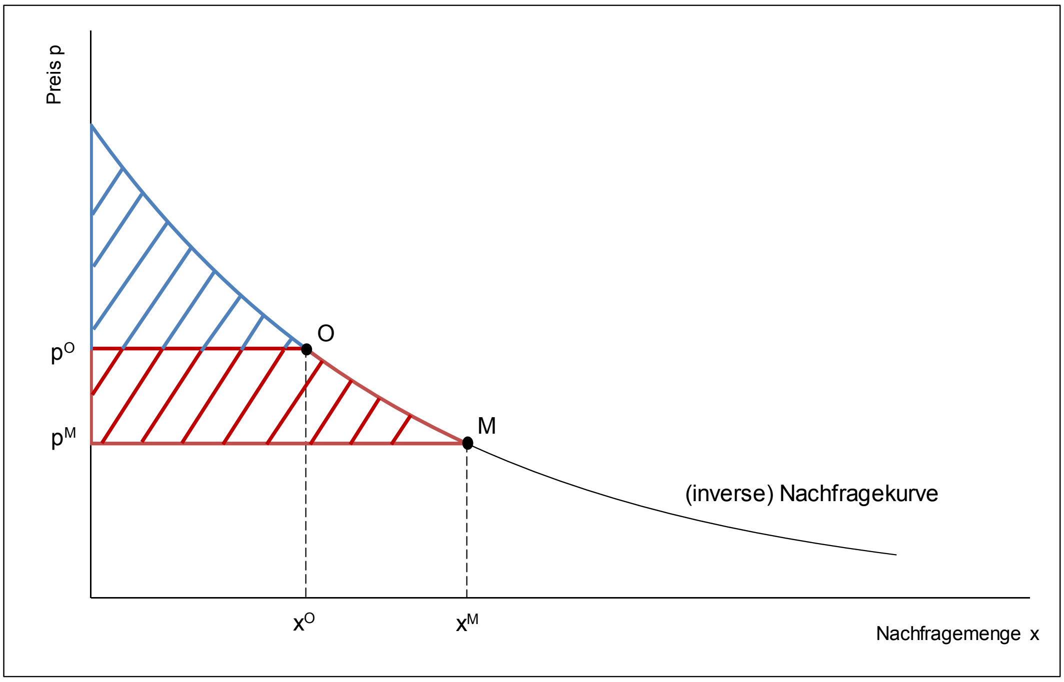

Abbildung 1: Konsumentenrente

Die Konsumentenrente stellt ein Maß dar, dass Auskunft darüber gibt, welchen monetären Nutzen die Maßnahme in der Summe über alle Konsumenten hat und geht dann als Nutzenbeitrag unmittelbar in die Nutzen-Kosten-Analyse ein. Die Nachfrageberechnung und die Ermittlung des monetären Nutzens der Konsumenten stellen in der Mikroökonomie und damit auch in der Nutzen-Kosten-Analyse ein methodisch ineinandergreifendes Konstrukt dar, das einem integrierten Nachfrage- und Bewertungskonzept entspricht.

3 Derzeit angewandte Verfahren im Verkehrsbereich

Das ökonomische Prinzip der Nutzenmaximierung ist zahlreichen Verkehrsnachfragemodellen (direkt oder indirekt) immanent. So wird damit abgebildet, dass jene Alternativen (Ziele, Verkehrsmittel, Wege) bevorzugt werden, die einen höheren Nutzen respektive niedrigere Kosten aufweisen. Die Kosten, d.h. die Preise, werden dabei zumeist aus Reisezeit- und Reisekostenkomponenten gebildet und als sogenannte Generalisierte Kosten zusammengefasst. Die Generalisierten Kosten stellen eine monetäre Größe dar, die den negativen Nutzen ausdrücken, der anfällt, um eine Alternative zu wählen. Die Reisezeitkomponenten werden dabei mittels eines vorzugebenden Zeitwertes monetarisiert.

Analog zur mikroökonomischen Konsumtheorie werden auch im Rahmen der Verkehrsnachfragemodellierung Gleichgewichtszustände modelliert, in denen die Verkehrsteilnehmer ihren individuellen Nutzen maximieren (vgl. z.B. Ortuzar und Willumsen 2011, [5]). Somit kann grundsätzlich auch in diesem Kontext das Prinzip der Konsumentenrente angewendet werden. Die Änderung der Konsumentenrente liefert dann eine Aussage über den monetären Nutzen der Verkehrsteilnehmer infolge einer Investition im Verkehrsbereich. Die Schwierigkeit besteht jedoch in der notwendigen mathematischen Integration der Nachfragefunktion, da in der Regel die Nachfrage-Preis-Kombinationen nur für die

Gleichgewichtssituationen (mit und ohne Maßnahme) bekannt sind. Der Verlauf der Nachfragekurven jedoch nicht.

Zur Lösung dieses Problems wird in der Praxis häufig auf Näherungsverfahren zurückgegriffen, mit denen eine Annahme über den Kurvenverlauf getroffen wird. Der mit Abstand am meisten angewendete Ansatz, der erstmals vor über 40 Jahren im Rahmen von Verkehrsprojektbewertungen in Großbritannien verwendet wurde, stellt die Halbierungsregel, die sogenannte „Rule of a Half“ dar, die einen linearen Verlauf der Nachfragekurve zwischen den Gleichgewichtssituationen O und M unterstellt. Das Prinzip ist in Abbildung 2 für eine Alternative dargestellt, wobei die Nachfrage der Anzahl Fahrten F (z.B. Nachfrage nach einem Verkehrsmittel) und der Preis den Generalisierten Kosten g entspricht.

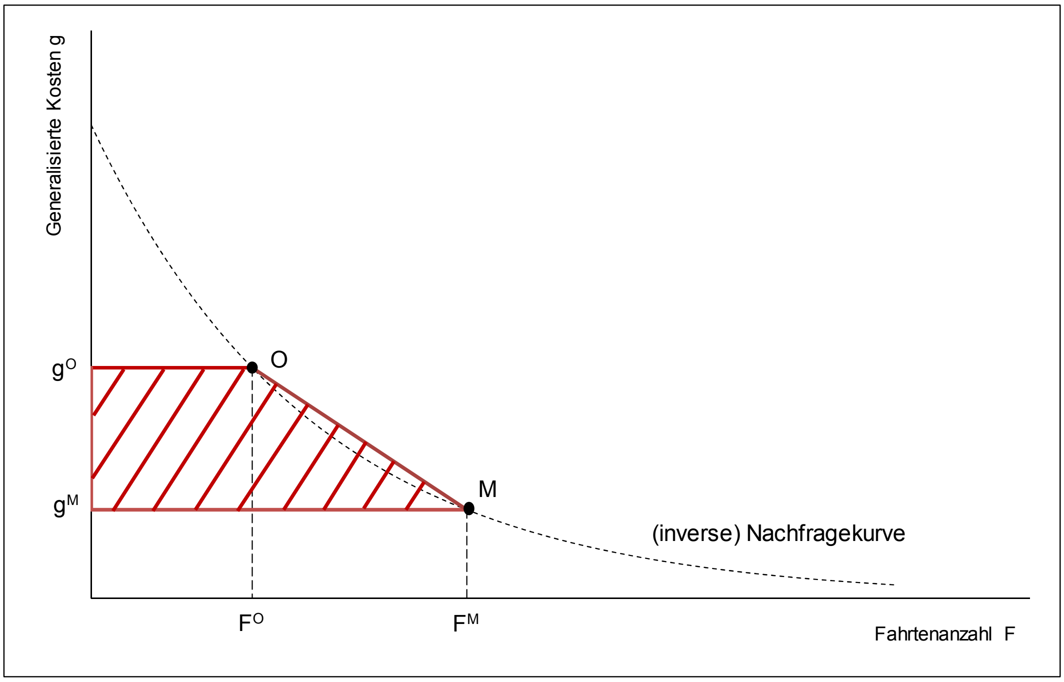

Abbildung 2: „Rule of a Half“

Für jede Alternative wird somit das rot schraffierte Trapez in Abbildung 2 bestimmt. Formal lautet der Ansatz der „Rule of a Half“ zur Ermittlung der Änderung der Konsumentenrente über alle Alternativen:

$$\Delta KR = \sum_a \frac{1}{2} \cdot \left(g_a^O - g_a^M\right) \cdot \left(F_a^O + F_a^M\right) \tag{1}$$

mit

a	Alternativen
ΔKR	Änderung der Konsumentenrente
F	Fahrtenanzahl
g	Generalisierte Kosten

Die „Rule of a Half“ wird in der Praxis zahlreicher Ländern seit vielen Jahren angewendet und wird auch in Deutschland zunehmend präsenter. Allerdings stellt der Ansatz nicht den Stand der Wissenschaft dar, da einerseits die „Rule of a Half“ nur eine Näherung ist, die unter bestimmten Umständen wie z.B. großen Reisezeit- und/oder Reisekostenänderungen zu erheblichen Fehlkalkulationen führen kann (vgl. Nellthorp und Hyman 2001, [10]). Andererseits existieren je nach Verkehrsnachfragemodell Ansätze, die eine exakte Berechnung der Änderung der Konsumentenrente ermöglichen.

Ein in der Verkehrsmodellierung sehr häufig angewendeter Modellansatz ist das Logit-Modell (vgl. Train 2003, [6]). Das Modell hat hinsichtlich seiner Anwendbarkeit zahlreiche Vorteile zu denen im Besonderen – neben der einfachen Berechenbarkeit – die Einbettung in die mikroökonomische Konsumtheorie sowie die Existenz der Stammfunktion – der sogenannte Logsum-Term – zählen (vgl. McFadden 1981, [4] und Williams 1977, [9]). Die Stammfunktion stellt das unbestimmte Integral des Logit-Modells dar, womit die Konsumentenrente (über alle Alternativen) exakt bestimmbar ist. Die Differenz der Logsum-Terme des Mit- und Ohnefalls liefert die gesuchte Änderung der Konsumentenrente, die dann als monetärer Nutzen der Verkehrsteilnehmer in die Nutzen-Kosten-Analyse einfließen kann, ohne dass Näherungslösungen notwendig sind.

Die Verknüpfung von ökonomischer Konsistenz einerseits und der Einfachheit der Berechnung der Verkehrsnachfrage und der Konsumentenrente andererseits stellen ein Alleinstellungsmerkmal des Logit-Modells dar, das diesen Modellansatz für eine integrierte Verkehrsnachfrage- und Nutzenberechnung prädestiniert. In zahlreichen Studien wurde und wird dieser Ansatz bereits als Grundlage für die Nutzenberechnung der Verkehrsteilnehmer herangezogen (Für einen umfassenden Überblick siehe de Jong et al. 2005, [13]).

Den großen praktischen als auch theoretischen Vorteilen des Logit-Modells steht jedoch der Nachteil gegenüber, dass nicht mehrere Randsummenbedingungen gleichzeitig eingehalten werden können. Im Besonderen in der Modellierung des Verkehrs großräumiger Gebiete führen gerade diese zusätzlichen Bedingungen zu deutlich besseren Ergebnissen und stellen ein bedeutendes Element der Verkehrsmodellierung für solche Anwendungsfälle dar.

Verkehrsnachfragemodelle mit Randsummenbedingungen, sogenannte gekoppelte Modelle, weisen im Kontext einer integrierten Verkehrsnachfrage- und Nutzenberechnung jedoch ihrerseits den Nachteil auf, dass die Stammfunktion unbekannt und folglich keine exakte Ermittlung der Konsumentenrente möglich ist. Für die Nutzenberechnung kann derzeit nur der erläuterte Näherungsansatz der „Rule of a Half“ herangezogen werden.

Es stellt sich somit die Frage, ob ein methodischer Ansatz existiert, der die mathematische Integration gekoppelter Verkehrsnachfragemodelle zur Ermittlung der Änderung der Konsumentenrente erlaubt. Zur Beantwortung dieses Forschungsgegenstands ist eine etwas nähere Betrachtung der hier relevanten Verkehrsnachfragemodelle notwendig. Aufgrund der Komplexität der Zusammenhänge wird im Folgenden zur einfacheren Nachvollziehbarkeit auf die Betrachtung der Dimension der Verkehrsmittelwahl verzichtet. Die theoretischen Überlegungen sind jedoch darauf (und auch weitere Dimensionen) problemlos übertragbar (siehe hierzu Winkler 2011, [15]).

4 Verkehrsnachfragemodelle

Es gibt zahlreiche unterschiedliche Theorien und Ansätze zur Modellierung der Verkehrsnachfrage des Personenverkehrs. Neben der möglichst realitätsnahen Abbildung der Verkehrsnachfrage ist für den vorliegenden Kontext ebenfalls das den Modellansätzen zugrunde liegende theoretische Konzept von großer Bedeutung. Dabei sind zunächst sogenannte gekoppelte Modelle, welche vorgegebene Randsummenbedingungen in Form von Quell- und Zielverkehrsaufkommen einhalten und im Besonderen Vorteile bei der Verkehrsmodellierung großräumiger Gebiete aufweisen, von besonderer Bedeutung. Die Modelle basieren auf Analogieschlüssen zur Potentialtheorie (Gravitation), zur Entropie und zur Informationstheorie, jedoch ist ihre ökonomische Konsistenz offen.

Weiterhin besitzen diskrete Wahlmodelle – im Besonderen das Logit-Modell – eine sehr hohe Bedeutung. Diese Modelle beachten jedoch keine multiplen Restriktionen inForm von vorgegebenen Randsummenbedingungen. Allerdings weist das Logit-Modell eine vollständige ökonomische Theoriekonsistenz auf und ist daher als Grundlage für ein integriertes Verkehrsnachfrage- und Bewertungsmodell besonders geeignet. Beide Ansätze weisen im vorliegenden Kontext theoretische Stärken und Schwächen auf, wobei es gilt die Stärken zu kombinieren. Das zentrale Ziel dabei ist die Verbindung der Randsummenbedingungen der gekoppelten Modelle mit der ökonomischen Interpretierbarkeit des Logit-Modells.

4.1 Gekoppelte Modelle

Im Besonderen für die Modellierung großräumiger Untersuchungsgebiete stellen Randsummenbedingungen ein wichtiges und pragmatisches Instrument dar, um das reale Verkehrsgeschehen nachzubilden. In [7] stellt Schiller ein grundlegendes gekoppeltes Verkehrsnachfragemodell vor, das die Formulierung und Einhaltung aller möglichen Arten von Randsummenbedingungen (elastisch, unelastisch, offen) erlaubt und hier die Grundlage für die weiteren Betrachtungen darstellt. Da hier allerdings nicht alle Details betrachtet werden können, beschränken sich im Folgenden die Analysen auf quellseitig unelastischen und zielseitig elastischen Randsummenbedingungen. Das gekoppelte Nachfragemodell lautet dann formal:

$$
\begin{aligned}
&F_{ij} = B_{ij} \cdot fq_i \cdot fz_j \\
&\left.\begin{aligned}
&Q_i^{min} \le \sum_j F_{ij} = Q_i \le Q_i^{max} \quad \text{mit } Q_i^{min} = Q_i^{max} \\
&Z_j^{min} \le \sum_i F_{ij} = Z_j \le Z_j^{max} \quad \text{mit } Z_j^{min} < Z_j^{max}
\end{aligned}\right\} \text{RSB}
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

mit

B	Aufwandsbewertung
F	Fahrtenanzahl
Q	Quellverkehrsaufkommen
RSB	Randsummenbedingungen
Z	Zielverkehrsaufkommen
fq_i	Lösungsfaktoren zur Einhaltung der quellseitigen Randsummenbedingungen
fz_j	Lösungsfaktoren zur Einhaltung der zielseitigen Randsummenbedingungen
i	Laufindex der Quelle (i = 1,…,m)
j	Laufindex des Ziels (j = 1,…,n)

Hierbei werden die Fahrten unter Beachtung der Aufwandsbewertungen und den Randsummenbedingungen, die durch die iterativ zu bestimmenden Faktoren fq_i und fz_j eingehalten werden, bestimmt. Als Lösungsverfahren können beispielsweise das Multi- oder

Furness-Verfahren genutzt werden (siehe Lohse et al. 1997, [14]). Im Gegensatz zu den a priori in der Verkehrserzeugung eindeutig bestimmten Quellverkehrsaufkommen sind die Zielverkehrsaufkommen nur durch vorher vorgegebene minimale und maximale Werte beschränkt. In diesem Zwischenbereich ergeben sich die resultierenden Aufkommen erst in der Zielwahl in Abhängigkeit der Attraktivität und Lage der Ziele.

Die Bewertung der Aufwände erfolgt mittels einer Bewertungsfunktion. Eine große Bedeutung hat dabei die negative Exponentialfunktion erlangt, die auch im Folgenden betrachtet wird. Der mit dieser Funktion zu bewertende Aufwand setzt sich häufig aus mehreren Komponenten zusammen, wofür die Generalisierten Kosten g Verwendung finden. Somit gilt für die Bewertung:

$$B_{ij} = f\left(g_{ij}\right) = e^{-g_{ij}} \quad \text{mit } g_{ij} = c_{ij} + vot \cdot t_{ij} \tag{3}$$

mit

c Reisekosten
t Reisezeit
vot value of time (Zeitwert)

Der hier verwendete Ansatz zur Berechnung der Generalisierten Kosten ist linear und umfasst als Aufwandskomponenten nur Zeit und Kosten. Es sind allerdings auch zusätzliche Komponenten und nichtlineare Transformationen möglich.

4.2 Logit-Modell

Die theoretische Grundlage des Logit-Modells stellt die Zufallsnutzenmaximierung dar, bei der den Verkehrsteilnehmern rationales Handeln unterstellt wird. Mit dem Logit-Modell werden im Gegensatz zum beschriebenen gekoppelten Modellansatz zunächst nur die Auswahlwahrscheinlichkeiten der Alternativen für einen repräsentativen Verkehrsteilnehmer bestimmt. Die resultierenden Fahrten werden durch die Multiplikation der berechneten Wahrscheinlichkeiten mit vorgegebenen Verkehrsaufkommen ermittelt.

Das Logit-Modell lautet zur Berechnung der Auswahlwahrscheinlichkeiten (z.B. Ben-Akiva, Lerman 1985, [1]):

$$P_{ij} = \frac{e^{u_{ij}}}{\sum_{i'}\sum_{j'} e^{u_{i'j'}}} \tag{4}$$

mit

P Auswahlwahrscheinlichkeit der betrachteten Alternative
e Exponentialfunktion
u Nutzenfunktion

Die letztlich gesuchten Fahrten ergeben sich für ein globalfixiertes Modell (nur Einhaltung des Gesamtverkehrsaufkommens) durch:

$$F_{ij} = P_{ij} \cdot V \tag{5}$$

mit

V Gesamtverkehrsaufkommen

Eine besondere Bedeutung besitzt die Nutzenfunktion u, die mittels der exponentiellen Bewertungsfunktion des Logit-Modells transformiert wird. Die Funktion fasst die beobachtbaren entscheidungsrelevanten Größen der Verkehrsteilnehmer zusammen, die sich aus den negativen Generalisierten Kosten und weiteren Alternativeneigenschaften (z. B. Zielpotentiale) zusammensetzen:

$$u_{ij} = -g_{ij} + \sum_n \beta_n \cdot X_{ijn} \tag{6}$$

mit

X_{ijn} n-te Einflussgröße der Alternative ij

β_n Gewichtungsparameter der n-ten Einflussgröße

Es wurde bereits erwähnt, dass das Logit-Modell aufgrund seiner Einbettung in die mikroökonomische Konsumtheorie und die Existenz der Stammfunktion die ideale Modellgrundlage für ein integriertes Verkehrsnachfrage- und Bewertungsmodell darstellt. Mittels der Stammfunktion, die dem mathematischen Integral der Gesamtnachfragefunktion entspricht, kann die Konsumentenrente über alle Verkehrsteilnehmer in mathematisch geschlossener Form exakt berechnet werden. Es gilt formal[1]:

$$KR = \ln\left(\sum_i \sum_j e^{u_{ij}}\right) \cdot V \tag{7}$$

Die Konsumentenrente aller Verkehrsteilnehmer ergibt sich damit unmittelbar aus Multiplikation des Integrals des Verkehrsnachfragemodells, das dem Logarithmus des Nenners des Logit-Modells entspricht (der sogenannte Logsum-Term), mit dem Gesamtverkehrsaufkommen V.

Im Rahmen einer Projektbewertung ist die Änderung der Konsumentenrente zwischen Mit- und Ohnefall gesucht, und es resultiert bei einem konstanten Gesamtverkehrsaufkommen[2]:

$$\Delta KR = \left(\ln\left(\sum_i \sum_j e^{u_{ij}^M}\right) - \ln\left(\sum_i \sum_j e^{u_{ij}^O}\right)\right) \cdot V \tag{8}$$

Die Berechnung erfolgt allein auf Grundlage der Verkehrsnachfrageergebnisse des Mit- und Ohnefalls, die sich durch die Aufwandsänderungen unterscheiden. Das Resultat liefert – im Gegensatz zur Rule of a Half – ein exakte Änderung der Konsumentenrente und ist schnell berechenbar. Allerdings können nicht mehrere Randsummenbedingungen gleichzeitig eingehalten werden.

4.3 Gekoppeltes Logit-Modell

Um die theoretischen und praktischen Vorteile des Logit-Modells für ein integriertes Verkehrs- und Bewertungsmodell mit Randsummenbedingungen nutzen zu können, ist eine Überführung des beschriebenen gekoppelten Modells in ein Logit-Modell erforderlich. Der daraus resultierende Ansatz wird als gekoppeltes Logit-Modell bezeichnet. Das zentrale Element zur Modelldefinition ist die in Gleichung (6) beschriebene Nutzenfunktion, die um quell- und zielspezifische „Pseudo-Potentiale“ zu erweitern wird. Der Begriff „Pseudo“ wird

[1] Die Integrationskonstante wird zur vereinfachten Darstellung vernachlässigt.
[2] Falls es zu einer Änderung des Gesamtverkehrsaufkommens kommt, ist der Mittelwert zu bilden.

verwendet, da diese Potentiale nicht a priori bestimmbar sind, sondern sich a posteriori aus den Bilanzfaktoren der gekoppelten Modelle ableiten lassen, die durch die einzuhaltenden Verkehrsaufkommen determiniert sind. Diese Verkehrsaufkommen sind wiederum Ergebnisse der Entscheidungen der Verkehrsteilnehmer und beinhalten Informationen über die zugrunde liegenden Entscheidungsprozesse. Die Pseudo-Potentiale dienen somit der Korrektur des „a-priori-Nutzens", so dass die mittels Zufallsnutzenmaximierung bestimmten Auswahlwahrscheinlichkeiten jene Ausprägung aufweisen, die zur Einhaltung der Randsummenbedingungen führen. Die Nutzenfunktion lautet unter Beachtung Generalisierter Kosten und der Pseudo-Potentiale:

$$u_{ij} = -g_{ij} + \theta_i + \tau_j \tag{9}$$

mit

θ_i, τ_j Pseudo-Potentiale für Quelle i und Ziel j

Die Pseudo-Potentiale sind wie die Generalisierten Kosten eine monetäre Größe und werden nicht zusätzlich gewichtet. Das gekoppelten Logit-Modells ergibt sich dann formal durch:

$$\begin{aligned}
F_{ij} &= \frac{e^{\left(-g_{ij}+\theta_i+\tau_j\right)}}{\sum_{i'}\sum_{j'} e^{\left(-g_{i'j'}+\theta_{i'}+\tau_{j'}\right)}} \cdot V \\
Q_i^{min} &\leq \sum_j F_{ij} = Q_i \leq Q_i^{max} \quad \text{mit } Q_i^{min} = Q_i^{max} \\
Z_j^{min} &\leq \sum_i F_{ij} = Z_j \leq Z_j^{max} \quad \text{mit } Z_j^{min} < Z_j^{max}
\end{aligned} \tag{10}$$

Es kann gezeigt werden, dass die Pseudo-Potentiale aus den Lösungsfaktoren des gekoppelten Modells abgeleitet werden können (siehe Winkler 2011, [15]). Sie resultieren aus folgender Transformation:

$$\begin{aligned}
fq_i &= e^{\theta_i} \rightarrow \ln\left(fq_i\right) = \theta_i \\
fz_j &= e^{\tau_j} \rightarrow \ln\left(fz_j\right) = \tau_j
\end{aligned} \tag{11}$$

5 Integration des gekoppelten Logit-Modells

Die Logsum-Differenz (Gleichung (8)) stellt ein exaktes Maß für die Berechnung der Änderung der Konsumentenrente dar, falls die Auswahlwahrscheinlichkeiten mittels eines Logit-Modells bestimmt werden. Die Nutzenänderung wird dabei durch die sich ändernden und quantifizierbaren Komponenten des deterministischen Nutzens der Alternativen definiert. Das gekoppelte Logit-Modell weist jedoch neben den a priori bestimmbaren Generalisierten Kosten zusätzlich Pseudo-Potentiale auf. Die gesuchte Änderung der Konsumentenrente ist aber eine nur von den quantifizierbaren Komponenten der Generalisierten Kosten abhängige Größe (Williams 1976, [8]). Die Logsum-Differenz des gekoppelten Logit-Modells liefert dann die Änderung einer Pseudo-Konsumentenrente ΔKR^*, die um den Einfluss der Pseudo-Potentiale bereinigt werden muss, und es gilt (Winkler 2011, [15]):

$$\Delta KR^* \neq \Delta KR \qquad (12)$$

mit

ΔKR^* Änderung der Pseudo-Konsumentenrente

Um zu klären, ob und wie ein korrektes Maß bestimmt werden kann, ist die mathematische Zerlegung des Integrals des (gekoppelten) Logit-Modells notwendig. Für die einfachere Darstellung wird im Folgenden zunächst (ohne Verlust der Allgemeingültigkeit) nur ein repräsentativer Verkehrsteilnehmer n betrachtet, wodurch die Multiplikation mit dem Gesamtverkehrsaufkommen V entfällt.

Es kann gezeigt werden, dass die Änderung der Pseudo-Konsumentenrente als Summe der Teilintegrale des gekoppelten Logit-Modells geschrieben werden kann (siehe Winkler 2011, [15]):

$$\Delta KR_n^* = -\int_{g^O}^{g^M} \sum_i \sum_j P_{ij}\, dg_{ij} + \int_{\theta^O}^{\theta^M} \sum_i \sum_j P_{ij}\, d\theta_i + \int_{\tau^O}^{\tau^M} \sum_i \sum_j P_{ij}\, d\tau_j \qquad (13)$$

Die Pseudo-Konsumentenrente ΔKR_n* ist mittels der Logsum-Differenz des gekoppelten Logit-Modells bestimmbar. Die Eindeutigkeit der gesuchten Größe ΔKR_n hängt somit von den Integralen nach den quell- und zielspezifischen Pseudo-Potentialen ab. Diese Integrale sind eindimensional und weisen nur die Dimension der Quell- oder Zielwahl auf. Da eine Änderung von θ_i keinen Einfluss auf die Auswahlwahrscheinlichkeiten der Ziele besitzt (gleiches gilt reziprok für die Zielseite), kann geschrieben werden:

$$\Delta KR_n = \Delta KR_n^* - \int_{PF} \sum_i P_i\, d\theta_i - \int_{PF} \sum_j P_j\, d\tau_j \qquad (14)$$

mit

P_i Auswahlwahrscheinlichkeit der Quelle i
P_j Auswahlwahrscheinlichkeit des Ziels j

Als Nächstes sind die Funktionen der Auswahlwahrscheinlichkeiten der Quellen und Ziele über die Pseudo-Potentiale zu integrieren. Allerdings liegen diese Auswahlwahrscheinlichkeiten nicht als geschlossene Funktion vor, weshalb eine Integration nicht ohne Weiteres möglich ist. Für die weitere Analyse ist es von Bedeutung, ob sich P_i und P_j im Mit- und Ohnefall unterscheiden. Bei unelastischen Randsummenbedingungen gilt i. A. $P^O = P^M$ und bei elastischen Randsummenbedingungen $P^O \neq P^M$.

Fall $P_i^O = P_i^M$

Die Auswahlwahrscheinlichkeiten P_i sind bei quellseitig unelastischen Randsummenbedingungen im Ohne- und Mitfall gleich und folglich unabhängig von den Pseudo-Potentialen. Somit kann P_i als konstante Größe aus dem Integral herausgezogen werden und es gilt:

$$\int_{PF} \sum_i P_i\, d\theta_i = \sum_i P_i \cdot \int_{\theta_i^O}^{\theta_i^M} d\theta_i \qquad (15)$$

Die Integration der Differentiale $d\theta_i$ liefert dann als Resultat die Integrationsvariable θ_i. Zudem wird die Auswahlwahrscheinlichkeit einer Quelle i definiert durch das Verhältnis von

Quell- zu Gesamtverkehrsaufkommen, die unmittelbar durch die Verkehrserzeugung vorgegebenen sind. Durch das Einsetzen der Integrationsgrenzen und der Substitution von P_i durch die Verkehrsaufkommen, resultiert die Lösung für die unelastische Quellseite:

$$\int_{PF} \sum_i P_i \, d\theta_i = \sum_i \frac{Q_i}{V} \cdot \left(\theta_i^M - \theta_i^O\right) \tag{16}$$

Fall $P_j^O \neq P_j^M$

Für den Fall zielseitig elastischer Randsummenbedingungen ergeben sich i. d. R. Änderungen in den Auswahlwahrscheinlichkeiten der Ziele P_j, die somit bei der Integration nicht als Konstante behandelt werden können. Vielmehr ist die Integration der Funktionen zur Ermittlung der Zielauswahlwahrscheinlichkeiten notwendig. Da hierfür jedoch keine geschlossene Funktion vorliegt und die Auswahlwahrscheinlichkeiten nur punktuell für die Gleichgewichtszustände des Mit- und Ohnefalls bestimmt werden, ist eine Annahme über den Verlauf der Nachfragefunktionen zu treffen. In Anlehnung an das Vorgehen der Rule of a Half wird von einem linearen Funktionsverlauf ausgegangen und die Mittelwerte der Auswahlwahrscheinlichkeiten können bestimmt werden. Es gilt dann:

$$\int_{PF} \sum_j P_j \, d\tau_j = \sum_j \left(\frac{P_j^O + P_j^M}{2}\right) \cdot \int_{\tau_j^O}^{\tau_j^M} d\tau_j \tag{17}$$

Die Lösung des Integrals erfolgt analog zum unelastischen Fall und es resultiert:

$$\int_{PF} \sum_j P_j \, d\tau_j = \frac{1}{2} \cdot \sum_j \left(\frac{Z_j^O + Z_j^M}{V}\right) \cdot \left(\tau_j^M - \tau_j^O\right) \tag{18}$$

Durch Einsetzen der Integrationslösungen und der Logsum-Differenz des gekoppelten Logit-Modells in Gleichung (14) resultiert die gesuchte Änderung der Konsumentenrente eines Verkehrsteilnehmers n:

$$\begin{aligned} \Delta KR_n = & \left(\ln\left(\sum_i \sum_j e^{\left(-g_{ij}^M + \theta_i^M + \tau_j^M\right)} \right) - \ln\left(\sum_i \sum_j e^{\left(-g_{ij}^O + \theta_i^O + \tau_j^O\right)} \right) \right) \\ & + \sum_i \frac{Q_i}{V} \cdot \left(\theta_i^O - \theta_i^M\right) + \frac{1}{2} \cdot \sum_j \left(\frac{Z_j^O + Z_j^M}{V}\right) \cdot \left(\tau_j^O - \tau_j^M\right) \end{aligned} \tag{19}$$

Darüber hinaus kann die Logsum-Differenz des gekoppelten Logit-Modells vereinfacht werden zu (siehe Winkler 2011, [15]):

$$\ln\left(\sum_i \sum_j e^{-g_{ij}^M + \theta_i^M + \tau_j^M} \right) - \ln\left(\sum_i \sum_j e^{-g_{ij}^O + \theta_i^O + \tau_j^O} \right) = \ln\left(V^M\right) - \ln\left(V^O\right) = \ln\left(\frac{V^M}{V^O}\right). \tag{20}$$

Durch Einsetzen in Gleichung (19) ergibt sich:

$$\Delta KR_n = \ln\left(\frac{V^M}{V^O}\right) + \sum_i \frac{Q_i}{V} \cdot \left(\theta_i^O - \theta_i^M\right) + \frac{1}{2} \cdot \sum_j \left(\frac{Z_j^O + Z_j^M}{V}\right) \cdot \left(\tau_j^O - \tau_j^M\right) \tag{21}$$

Um die Änderung der Konsumentenrente für alle Verkehrsteilnehmer zu bestimmen, ist ΔKR_n mit dem Gesamtverkehrsaufkommen V zu multiplizieren. Damit resultiert für den Fall $V^O = V^M$:

$$\Delta KR = \sum_i Q_i \cdot \left(\theta_i^O - \theta_i^M\right) + \sum_j \left(\frac{Z_j^O + Z_j^M}{2}\right) \cdot \left(\tau_j^O - \tau_j^M\right) \tag{22}$$

Die Änderung der Konsumentenrente resultiert somit aus den Differenzen der Pseudo-Potentiale des Mit- und Ohnefalls, die Folge veränderter Generalisierter Kosten sind.

Infolge einer bewertungsrelevanten Maßnahme kann es auch zu einer Änderung der Gesamtanzahl an Ortsveränderungen kommt, dem sogenannten Neuverkehr ($V^O \neq V^M$). Da die Verkehrsnachfrage in der Regel nur für den Mit- und Ohnefall berechnet wird, ist dann auch für das Gesamtverkehrsaufkommen eine Annahme über den Verlauf der Nachfragekurve zu treffen, wofür ebenfalls eine lineare Form gewählt wird. Somit ist Gleichung (21) mit $\left(V^O + V^M\right)/2$ zu multiplizieren und es resultiert:

$$\begin{aligned} \Delta KR = \ln\left(\frac{V^M}{V^O}\right) \cdot \frac{V^O + V^M}{2} + \sum_i \left(\frac{Q_i^O + Q_i^M}{2}\right) \cdot \left(\theta_i^O - \theta_i^M\right) \\ + \sum_j \left(\frac{Z_j^O + Z_j^M}{2}\right) \cdot \left(\tau_j^O - \tau_j^M\right) \end{aligned} \tag{23}$$

Zusätzlich gegenüber dem Fall $V^O = V^M$ umfasst die Gleichung den ersten Term als weitere Größe, die den positiven Nutzen des Neuverkehrs repräsentiert. Negative Effekte des Neuverkehrs in Form von Konkurrenz um die Quellen und Ziele werden durch die Änderung der quell- und zielseitigen Pseudo-Potentiale berücksichtigt.

6 Beispielrechnung

Die Funktionsweise des Ansatzes eines integrierten Verkehrsnachfrage- und Bewertungsmodells mit Randsummenbedingungen soll anhand eines einfachen Beispiels aufgezeigt werden. Das synthetische Beispiel umfasst:

- fünf Verkehrszellen,
- quellseitig und zielseitig unelastischen Randsummenbedingungen[3],
- Zeit- und Kostenaufwände und
- einen Value of Time von 10 Euro/h (0,1667 Euro/min).

Für den **Ohnefall** sind in Abbildung 3 folgende Reisezeiten und Kosten und die daraus resultierenden Generalisierten Kosten (ermittelt nach Ansatz in Gleichung (3)) gegeben:

[3] Die beidseitige Betrachtung unelastischer Randsummenbedingungen dient hier der einfacheren Beschreib- und Nachvollziehbarkeit.

Zeit [min]

tij	1	2	3	4	5
1	12,5	7,5	22,5	15,0	7,5
2	12,5	12,5	12,5	12,5	15,0
3	22,5	10,0	12,5	15,0	15,0
4	15,0	12,5	17,5	12,5	12,5
5	15,0	20,0	15,0	7,5	10,0

Kosten [Euro]

cij	1	2	3	4	5
1	2,00	2,00	2,50	3,00	2,00
2	2,00	2,00	2,70	2,50	2,50
3	2,50	2,70	2,00	1,50	1,50
4	3,00	2,50	1,50	2,00	2,00
5	2,00	3,00	1,50	2,00	2,00

Generalisierte Kosten [Euro]

gij	1	2	3	4	5
1	4,08	3,25	6,25	5,50	3,25
2	4,08	4,08	4,78	4,58	5,00
3	6,25	4,37	4,08	4,00	4,00
4	5,50	4,58	4,42	4,08	4,08
5	4,50	6,33	4,00	3,25	3,67

Abbildung 3: Aufwände im Ohnefall

Das Ergebnis der Verkehrsnachfrageberechnung mittels des gekoppelten Logit-Modells (vgl. Gleichung (10)) ist in Abbildung 4 dargestellt. Zu beachten ist, dass hier im Beispiel sowohl quell- als auch zielseitig unelastische Randsummenbedingungen (Q-Ist = Q-Soll und Z-Ist = Z-Soll). Das Gesamtverkehrsaufkommen ist mit 500 Fahrten durch die Summe der vorgegebenen Quell- bzw. Zielverkehrsaufkommen definiert. Die Pseudo-Potentiale, die der Einhaltung der Randsummenbedingungen dienen und für die Nutzenberechnung notwendig sind, sind gelb markiert.

Fij	1	2	3	4	5		Qi-Ist	Qi-Soll	θi
1	3,03	32,35	1,93	1,38	11,31		50,00	50,00	2,611
2	9,81	45,52	27,14	11,17	6,36		100,00	100,00	3,785
3	0,44	13,46	21,46	7,86	6,79		50,00	50,00	2,850
4	2,30	26,68	37,85	17,80	15,37		100,00	100,00	3,751
5	9,42	6,99	86,62	61,79	35,18		200,00	200,00	4,162
						500,00	**500,00**	**500,00**	
Zj-Ist	25,00	125,00	175,00	100,00	75,00	**500,00**			
Zj-Soll	25,00	125,00	175,00	100,00	75,00	**500,00**			
τj	2,581	4,116	4,299	3,211	3,065				

Abbildung 4: Verkehrsnachfrage im Ohnefall

Zur Darstellung der Bewertungsberechnung sei für einen **Mitfall** angenommen, dass sich die Aufwände der Relationen 4-1 und 1-4 reduzieren. Die Aufwände sind in Abbildung 5 enthalten, wobei die geänderten Größen gelb markiert sind.

Zeit [min]

tij	1	2	3	4	5
1	12,5	7,5	22,5	7,5	7,5
2	12,5	12,5	12,5	12,5	15,0
3	22,5	10,0	12,5	15,0	15,0
4	7,5	12,5	17,5	12,5	12,5
5	15,0	20,0	15,0	7,5	10,0

Kosten [Euro]

cij	1	2	3	4	5
1	2,00	2,00	2,50	2,00	2,00
2	2,00	2,00	2,70	2,50	2,50
3	2,50	2,70	2,00	1,50	1,50
4	2,00	2,50	1,50	2,00	2,00
5	2,00	3,00	1,50	2,00	2,00

Generalisierte Kosten [Euro]

gij	1	2	3	4	5
1	4,08	3,25	6,25	3,25	3,25
2	4,08	4,08	4,78	4,58	5,00
3	6,25	4,37	4,08	4,00	4,00
4	3,25	4,58	4,42	4,08	4,08
5	4,50	6,33	4,00	3,25	3,67

Abbildung 5: Aufwände im Mitfall

Die Verkehrsnachfrageberechnung erfolgt analog zum Ohnefall und die Ergebnisse sind in Abbildung 6 zusammengefasst. Es wird deutlich, dass sich die Anzahl der Fahrten auf den Relationen 4-1 und 1-4 infolge der Reduzierung der Aufwände erhöhen. Die Quell- und Zielverkehrsaufkommen werden auch im Mitfall genau eingehalten, was durch die Bestimmung neuer Pseudo-Potentiale realisiert wird.

Fij	1	2	3	4	5		Qi-Ist	Qi-Soll	θi
1	1,45	27,93	1,57	9,62	9,43		50,00	50,00	2,386
2	5,90	49,43	27,67	10,33	6,67		100,00	100,00	3,790
3	0,26	14,29	21,39	7,10	6,96		50,00	50,00	2,833
4	11,59	25,58	34,07	14,53	14,23		100,00	100,00	3,632
5	5,80	7,77	90,30	58,41	37,72		200,00	200,00	4,190
						500,00	**500,00**	**500,00**	
Zj-Ist	25,00	125,00	175,00	100,00	75,00	**500,00**			
Zj-Soll	25,00	125,00	175,00	100,00	75,00	**500,00**			
τj	2,068	4,194	4,313	3,128	3,107				

Abbildung 6: Verkehrsnachfrage im Mitfall

Mit den Ergebnissen der Verkehrsnachfrageberechnung kann die Ermittlung der Änderung der Konsumentenrente erfolgen, wofür die Quell- und Zielverkehrsaufkommen sowie die Differenzen der Pseudo-Potentiale maßgebend sind. Die Ergebnisse der Nutzenberechnung sind in Abbildung 7 zusammengefasst. Dabei ist zu beachten, dass eine Reduzierung der Pseudo-Potentiale im Mitfall – und damit eine positive Differenz – zu einem Nutzen führt.

Eine Reduzierung der Pseudo-Potentiale erfahren vor allem jene Verkehrszellen, die unmittelbar durch die Aufwandsänderungen betroffen sind (hier: Zelle 1 und 4). Deren Erreichbarkeiten verbessern sich und die Verkehrsteilnehmer (im Modell) müssen weniger mittels der Pseudo-Potentiale „gezwungen" werden diese Verkehrszellen (zur Einhaltung der Randsummenbedingungen) zu wählen.

Da jedoch auch im Mitfall alle Randsummenbedingungen eingehalten werden müssen, sind auch alle weiteren Verkehrszellen indirekt von den Aufwandsänderungen betroffen. Deren Erreichbarkeiten ändern sich zwar nicht, allerdings verlieren diese Zellen gegenüber den

Zellen 1 und 4 relativ an Attraktivität und es sind höhere Pseudo-Potentiale zur Einhaltung der Randsummenbedingungen notwendig. Grundsätzlich ist durch die Neuberechnung der Matrix aber auch eine positive Differenz der Pseudo-Potentiale nicht unmittelbar betroffener Zellen möglich (hier Quellverkehrszelle 3).

Aus den Differenzen der Pseudo-Potentiale und den Verkehrsaufkommen resultiert schließlich die Änderung der Konsumentenrente. Diese wird ebenfalls je Verkehrszelle bestimmt. Allerdings ist zu beachten, dass nur die Gesamtsumme interpretierbar ist, da der eigentliche Nutzen nur für jene Verkehrsteilnehmer anfällt, die durch eine Änderung der Aufwände betroffen sind. Die resultierende gesamte Änderung der Konsumentenrente in diesem Beispiel beträgt 23,87 Euro.

Quellverkehrs-aufkommen		Differenz der quellseitigen Pseudo-Potentiale			ΔKR_i [Euro]
Q_1	50	$\theta^O_1-\theta^M_1$	0,224		11,22
Q_2	100	$\theta^O_2-\theta^M_2$	-0,005		-0,49
Q_3	50	$\theta^O_3-\theta^M_3$	0,018		0,88
Q_4	100	$\theta^O_4-\theta^M_4$	0,120		11,96
Q_5	200	$\theta^O_5-\theta^M_5$	-0,027		-5,45
				Σ(i)	18,11

Zielverkehrs-aufkommen		Differenz der quellseitigen Pseudo-Potentiale			ΔKR_j [Euro]
Z_1	25	$\tau^O_1-\tau^M_1$	0,513		12,82
Z_2	125	$\tau^O_2-\tau^M_2$	-0,078		-9,69
Z_3	175	$\tau^O_3-\tau^M_3$	-0,014		-2,52
Z_4	100	$\tau^O_4-\tau^M_4$	0,083		8,34
Z_5	75	$\tau^O_5-\tau^M_5$	-0,042		-3,19
				Σ(j)	5,76
				Σ(i,j)	**23,87**

Abbildung 7 : berechnete Änderung der Konsumentenrente

Das Resultat soll mit dem Ergebnis der Rule of a Half verglichen werden. Dabei erfolgt zur Ermittlung der Näherungslösung die Anwendung der Gleichung (1). Somit ergibt sich die Änderung der Konsumentenrente aus der Differenz der Generalisierten Kosten und der Änderung der Fahrten je Quelle-Ziel-Relation. Ein Nutzen fällt nur auf den unmittelbar betroffenen Relationen an, wie aus den Ergebnissen in Abbildung 8 ersichtlich wird.

Δgij	1	2	3	4	5
1	0,00	0,00	0,00	2,25	0,00
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	2,25	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

ΣFij/2	1	2	3	4	5
1	2,24	30,14	1,75	5,50	10,37
2	7,85	47,47	27,41	10,75	6,51
3	0,35	13,87	21,42	7,48	6,87
4	6,94	26,13	35,96	16,17	14,80
5	7,61	7,38	88,46	60,10	36,45

ΔKR	1	2	3	4	5	
1	0,00	0,00	0,00	12,38	0,00	
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
4	15,62	0,00	0,00	0,00	0,00	
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
						28,00 Euro

Abbildung 8 : Berechnung der Änderung der Konsumentenrente mittels der Rule of a Half

Der Vergleich der Ergebnisse zeigt, dass die Näherungslösung eine Überschätzung des exakten Wertes von ca. 17 % aufweist. Wie in Abbildung 2 verdeutlicht ist, basiert die Rule of a Half auf der Linearisierung der Nachfragekurve. Für den Regelfall einer realen konvexen Nachfragekurve führt die Linearisierung zu einer zu großen Integrationsfläche. Die Größe der Abweichung hängt jedoch sehr stark mit der (prozentualen) Änderung der Aufwände zusammen. Je höher die Änderung der Aufwände desto größer die Abweichung. Eine eingehende Analyse und Möglichkeiten zur Verbesserung der Rule of a Half für solche Anwendungsfälle findet sich in Nellthorp und Hyman 2001, [10]).

7 Fazit

Im Beitrag wurde gezeigt, dass zum einen ein gekoppeltes Verkehrsnachfragemodell als (gekoppeltes) Logit-Modell formulierbar ist und zum anderen daraus die Änderung der Konsumentenrente berechenbar ist. Es werden somit die Vorteile zweier Modelltheorien verknüpft, indem Randsummenbedingungen als zusätzliche Restriktionen in Einklang mit der Zufallsnutzenmaximierung gebracht werden und damit die zentralen Eigenschaften des Logit-Modells erhalten bleiben. Die darauf aufbauende mathematische Integration des gekoppelten Logit-Modells liefert einen allgemeinen Ansatz zur Bestimmung der Änderung der Konsumentenrente unmittelbar aus dem Verkehrsnachfragemodell mit Randsummen-bedingungen. Der entwickelte Ansatz besitzt gegenüber den bisher angewendeten Methoden grundlegende Vorteile. So ist herauszuheben, dass damit die exakte Berechnung der Änderung der Konsumentenrente möglich ist. Das ist gerade vor dem Hintergrund der großen Bedeutung dieses Beitrages in Nutzen-Kosten-Analysen zu beachten. Darüber hinaus zeichnet sich der Ansatz durch eine sehr schnelle Berechenbarkeit aus, da alle notwendigen Informationen unmittelbar durch das Verkehrsnachfragemodell bereitgestellt werden.

8 Literatur

8.1 Bücher

[1] BEN-AKIVA, M.; LERMAN, S. (1985): Discrete Choice Analysis – Theory and Application to Travel Demand. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge (Massachusetts).

[2] HANUSCH, H. (1994). Nutzen-Kosten-Analyse. 2. Auflage, Verlag Vahlen, München.

[3] ITP; VWI (2006). Standardisierte Bewertung von Verkehrswegeinvestitionen des öffentlichen Personennahverkehrs und Folgekostenrechnung, Version 2006. ITP Intraplan Consult GmbH, VWI Verkehrswissenschaftliches Institut Stuttgart GmbH, im Auftrag des Bundesministeriums für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung, München, Stuttgart.

[4] MCFADDEN, D. (1981). Econometric Models of Probabilistic Choice. Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications, Manski, C. F.; McFadden, D. (Hrsg.), Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts.

[5] ORTÚZAR, J.de D.; WILLUMSEN, L.G. (2011). Modelling Transport. 4. Auflage, Wiley-Blackwell, Hoboken.

[6] TRAIN, K. E. (2003). Discrete Choice Methods with Simulation. Cambridge University Press, Cambridge.

8.2 Zeitschriftenartikel

[7] SCHILLER, C. (2006). Gekoppelte Verkehrsnachfragemodelle – Ein grundlegendes Modell. Straßenverkehrstechnik 50 (7), S. 393-400.

[8] WILLIAMS, H. C. W. L. (1976). Travel demand models, duality relations and user benefit analysis. Journal of Regional Science 16 (2), S. 147-166.

[9] WILLIAMS, H. C. W. L. (1977). On the formation of travel demand models and economic evaluation measures of user benefit. Environment and Planning A 9 (3), S. 285-344.

8.3 Beiträge aus Tagungsbänden

[10] NELLTHORP, J.; HYMAN, G. (2001). Alternatives to the Rule of a Half in Matrix-Based Appraisal. Proceedings of the European Transport Conference, Cambridge.

8.4 Schriftenreihen

[11] BMVBW (2003). Die gesamtwirtschaftliche Bewertungsmethodik – Bundesverkehrswegeplan 2003. Bundesministerium für Verkehr, Bau- und Wohnungswesen, Berlin.

[12] FGSV (1997). Empfehlungen für Wirtschaftlichkeitsuntersuchungen an Straßen – Aktualisierung der RAS-W 86. Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen e. V., Köln.

[13] JONG, G. de, PIETERS, M.; DALY, A.; GRAAFLAND, I.; KROES, E.; KOOPERMANS, C. (2005). Using the Logsum as an Evaluation Measure. Studie für das AVV Transport Research Centre, RAND Europe, Leiden.

[14] LOHSE, D.; TEICHERT, H.; DUGGE, B.; BACHNER, G. (1997): Ermittlung von Verkehrsströmen mit n-linearen Gleichungssystemen – Verkehrsnachfragemodellierung. Schriftenreihe Heft 5, Institut für Verkehrsplanung und Straßenverkehr der TU Dresden, Dresden.

[15] WINKLER, C. (2011): Ein integriertes Verkehrsnachfrage- und Bewertungsmodell – Ansatz einer Synthese von Mikroökonomie und Verkehrsplanung (Dissertation). Institut für Verkehrsplanung und Straßenverkehr, TU Dresden.